Муниципальный этап ВсОШ по астрономии в 2026/27 учебном году

11 класс.

Ключи

№1. Условие. Предположим, гипотетические внешние факторы гравитационно разогнали Марс таким образом, что в результате радиус его орбиты увеличился на 10%. Оцените изменение видимой звёздной величины Марса (новая звёздная величина минус старая) для земного наблюдателя при расположении Марса в квадратуре. Учтите изменение фазы Марса, считая, что освещенность от планеты пропорциональна площади освещённой части её видимого диска. Орбиты планет считайте круговыми и лежащими в одной плоскости как до разгона, так и после него. Радиус орбиты Марса до разгона 1,52 а.е.

Решение. Разность звёздных величин однозначно связана с отношением плотностей потоков (освещённостей), создаваемых Марсом на Земле (формула Погсона). Светимость Солнца и альбедо Марса неизменны, поэтому плотность потока от Марса меняется из-за изменения двух расстояний – Солнце – Марс и Марс – Земля – и из-за изменения фазы.

Первое расстояние: было $r_1 = 1{,}52$ а.е., стало $r_2 = 1{,}52$ а.е. $\cdot\ 1{,}1 \approx 1{,}67$ а.е.

(1 балл)

В квадратуре угол Солнце – Земля – Марс прямой, поэтому второе расстояние:

$$R_1 = \sqrt{1,52^2 - 1^2} \approx 1{,}14\text{а.е.}, R_2 = \sqrt{1,67^2 - 1^2} \approx 1{,}34\text{а.е.}$$

(1 балл)

Без учёта фазы отношение плотностей потоков сводится к отношению квадратов расстояний:

$$\Delta m_0 = 2{,}5lg\frac{r_2^2 R_2^2}{r_1^2 R_1^2} = 2{,}5lg\frac{1,67^2 \cdot 1,34^2}{1,52^2 \cdot 1,14^2} \approx 0,55^m.$$

(2 балла)

Фаза. Угол фазы ψ – угол Солнце – Марс – Земля. В прямоугольном треугольнике Солнце – Земля – Марс катет Солнце – Земля (1 а.е.) лежит против угла ψ, а гипотенуза равна r, поэтому

$$sin\psi = \frac{1\text{a.e.}}{r}, cos\psi = \frac{R}{r}.$$

(1 балл)

До разгона $\psi_1 \approx 41{,}1°$, после разгона $\psi_2 \approx 36{,}7°$: Марс в квадратуре становится «полнее».

(1 балл)

Доля освещённой части видимого диска (площадная фаза равна линейной):

$$k = \frac{1 + cos\psi}{2}, k_1 = \frac{1 + 0{,}753}{2} \approx 0{,}877, k_2 = \frac{1 + 0{,}801}{2} \approx 0{,}901.$$

(1 балл)

Окончательно:

$$\Delta m = \Delta m_0 - 2{,}5lg\frac{k_2}{k_1} \approx 0,55^m - 0,03^m \approx 0,52^m.$$

Увеличение фазы частично компенсирует ослабление блеска из-за удаления Марса.

(1 балл)

Критерии оценивания (максимум за задачу – 8 баллов).

Основные критерии оценивания даны выше в авторском решении.

Решение без учёта фазы (ответ $\approx 0{,}55^m$) оценивается *не более чем в 4 балла.*

Итоговый ответ в диапазоне $0{,}50^m$–$0{,}53^m$ при адекватном решении – *полный балл за последний этап.*

Если при нахождении расстояний допущены арифметические ошибки, не приводящие к абсурдному ответу, балл за соответствующее расстояние не ставится, остальные этапы оцениваются *в полной мере.*

За абсурдный ответ (отрицательный или исчисляемый единицами звёздных величин) – *минус 3 балла.*

Учёт фазы по закону Ламберта (ответ $\approx 0{,}50^m$) вместо модели из условия, при верных рассуждениях, – *без снижения баллов.*

За рисунки без расчётов – *0–2 балла, в зависимости от адекватности и степени продвижения к решению.*

Ошибки на предыдущих этапах не влекут снижения баллов на последующих, если иное не указано в критериях оценивания и ошибки не приводят к абсурдным результатам.

№ 2. Условие. Комета пересекает орбиту Земли в двух точках, в которых радиус-вектор кометы перпендикулярен линии апсид её орбиты (линии, на которой лежат перицентр и апоцентр). Перигелийное расстояние кометы 0,6 а.е. кометы лежит в плоскости эклиптики, орбиту Земли можно считать круговой.

1) Найдите эксцентриситет, большую полуось, период обращения и афелийное расстояние кометы. Заходит ли комета за орбиту Марса (1,52 а.е.)?

2) Во сколько раз скорость кометы в перигелии больше, чем в афелии? Найдите эти скорости и скорость, с которой комета пересекает орбиту Земли.

Решение. 1) Отрезок от Солнца (фокуса) до точки орбиты, перпендикулярный большой оси, равен фокальному параметру p. По условию он равен радиусу орбиты Земли: p = 1 а.е.

(1 балл)

Для эллипса $p = a(1 - e^2) = q(1 + e)$, где $q = a(1 - e)$ – перигелийное расстояние. Отсюда

$$e = \frac{p}{q} - 1 = \frac{1}{0{,}6} - 1 = \frac{2}{3}.$$

(1 балл)

$$a = \frac{q}{1-e} = \frac{0{,}6}{1/3} = 1{,}8\text{а.е.}, T = a^{3/2} = 1,8^{3/2} \approx 2{,}4\text{года.}$$

(1 балл)

Афелийное расстояние $Q = 2a - q = 3{,}6 - 0{,}6 = 3{,}0$ а.е. Комета уходит далеко за орбиту Марса, во внешнюю часть пояса астероидов.

(1 балл)

2) По II закону Кеплера в перигелии и афелии (где скорость перпендикулярна радиус-вектору) $v_q \cdot q = v_Q \cdot Q$, поэтому

$$\frac{v_q}{v_Q} = \frac{Q}{q} = \frac{3{,}0}{0{,}6} = 5.$$

(1 балл)

Сами скорости найдём из интеграла энергии $v^2 = GM_\odot(2/r - 1/a)$. Для Земли на круговой орбите $GM_\odot/(1\text{ а.е.}) = v_\oplus^2$, поэтому при r и a в а.е.

$$v = v_\oplus\sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}.$$

(1 балл)

В перигелии: $v_q = 29{,}8\cdot\sqrt{(2/0{,}6 - 1/1{,}8)} \approx 49{,}6$ км/с; в афелии: $v_Q = 29{,}8\cdot\sqrt{(2/3 - 1/1{,}8)} \approx 9{,}9$ км/с (проверка: $49{,}6/9{,}9 \approx 5$).

(1 балл)

У орбиты Земли (r = 1 а.е.): $v = 29{,}8\cdot\sqrt{(2 - 0{,}556)} \approx 35{,}8$ км/с.

(1 балл)

Критерии оценивания (максимум за задачу – 8 баллов).

Основные критерии оценивания даны выше в авторском решении.

Численные значения скоростей могут быть вычислены с точностью ±0,5 км/с без потери баллов. Вместо формулы интеграла энергии участник может использовать эквивалентное сочетание законов сохранения энергии и момента импульса – *без снижения баллов.*

Если участник ошибочно принял, что точка пересечения лежит на конце малой оси (r = a), п. 1 оценивается *не более чем в 1 балл, п. 2 – по существу с учётом полученных чисел.*

Ошибки на предыдущих этапах не влекут снижения баллов на последующих, если иное не указано в критериях оценивания и ошибки не приводят к абсурдным результатам.

№3. Условие. Аппарат вышел из сферы притяжения Земли и движется вокруг Солнца вместе с Землёй. 1) Какое наименьшее изменение скорости нужно аппарату, чтобы упасть на Солнце (коснуться его поверхности)?

2) Какое наименьшее изменение скорости нужно, чтобы навсегда покинуть Солнечную систему?

3) Сравните скорости, которые потребуются при старте с поверхности Земли в каждом из случаев (вторая космическая скорость Земли 11,2 км/с). Что проще – упасть на Солнце или улететь от него?

Решение. 1) Самый экономный способ – затормозить так, чтобы точка старта стала афелием эллипса, а перигелий оказался у поверхности Солнца: Q = 1 а.е., q = 0,00465 а.е., a = (Q + q)/2 ≈ 0,502 а.е.

(1 балл)

Скорость в афелии из интеграла энергии (r и a в а.е.):

$$v_a = v_\oplus\sqrt{\frac{2}{Q}-\frac{1}{a}} = v_\oplus\sqrt{\frac{2q}{Q+q}} = 29{,}8\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}00465}{1{,}00465}} \approx 2{,}9\text{км/с}.$$

(2 балла)

Значит, нужно затормозить на $\Delta v \approx 29{,}8 - 2{,}9 \approx 26{,}9$ км/с – погасить почти всю орбитальную скорость.

(1 балл)

2) Для ухода из Солнечной системы при старте с орбиты Земли нужна параболическая скорость $\sqrt{2}\cdot 29{,}8 \approx 42{,}1$ км/с. Разгоняясь по ходу движения Земли, достаточно добавить

$$\Delta v = v_\oplus\left(\sqrt{2}-1\right) \approx 12{,}3\text{км/с}.$$

(1 балл)

3) При старте с поверхности Земли аппарат должен преодолеть притяжение Земли и сохранить «на выходе» скорость Δv. Из закона сохранения энергии $v^2 = v_{II}^2 + \Delta v^2$, где $v_{II} = 11{,}2$ км/с:

(1 балл)

$$v_1 = \sqrt{11{,}2^2 + 26{,}9^2} \approx 29{,}1\text{км/с},\ \ v_2 = \sqrt{11{,}2^2 + 12{,}3^2} \approx 16{,}6\text{км/с}.$$

(1 балл)

Улететь из Солнечной системы гораздо проще, чем упасть на Солнце. Поэтому зонды к Солнцу (например, Parker Solar Probe) гасят скорость гравитационными манёврами у Венеры.

(1 балл)

Критерии оценивания (максимум за задачу – 8 баллов).

Основные критерии оценивания даны выше в авторском решении. Скорости в п. В принимаются с точностью ±0,5 км/с.

Если участник считает, что для падения нужно погасить всю скорость (Δv = 29,8 км/с), и прямо оговаривает это как оценку, за п. А ставится *2 балла.*

Простое сложение скоростей в п. В (11,2 + 26,9 и 11,2 + 12,3) вместо сложения квадратов – *0 баллов за формулу и значения, вывод оценивается в полной мере.*

Ошибки на предыдущих этапах не влекут снижения баллов на последующих, если иное не указано в критериях оценивания и ошибки не приводят к абсурдным результатам.

№ 4. Условие. У звезды Денеб в созвездии Лебедя обнаружена экзопланета с круговой орбитой. На каком расстоянии от звезды должна находиться эта планета, чтобы получать от звезды то же количество энергии в единицу времени на единицу площади, что и Земля получает от Солнца? Определите продолжительность года на такой планете в земных годах.

Абсолютная звёздная величина Денеба равна $-6{,}95^{\mathrm{m}}$, болометрическая поправка близка к нулю. Масса Денеба в 21 раз превышает массу Солнца.

Решение. Абсолютная звёздная величина Солнца $+4{,}83^{\mathrm{m}}$. Разность абсолютных звёздных величин Денеба и Солнца $11{,}78^{\mathrm{m}}$, что соответствует отношению светимостей

$$\frac{L_{Д}}{L_{\odot}} = 10^{-0{,}4(M_{Д}-M_{\odot})} = 10^{0{,}4\cdot 11{,}78} \approx 5{,}2 \cdot 10^{4}.$$

(2 балла)

Освещённость, создаваемая звездой со светимостью L на расстоянии r:

$$E = \frac{L}{4\pi r^{2}}.$$

При равных освещённостях

$$\frac{r}{1\text{a.e.}} = \sqrt{\frac{L_{Д}}{L_{\odot}}} = \sqrt{5{,}2 \cdot 10^{4}} \approx 227, r \approx 227\text{a.e.}$$

(3 балла)

Продолжительность года можно найти из обобщённого III закона Кеплера. Если выразить период в земных годах, массу – в массах Солнца, а расстояние – в астрономических единицах, то

$$P = \sqrt{\frac{r^3}{M_Д}} = \sqrt{\frac{227^3}{21}} \approx 750 \text{лет}.$$

(3 балла)

Критерии оценивания (максимум за задачу – 8 баллов).

Основные критерии оценивания даны выше в авторском решении. Из 3 баллов за расстояние: зависимость освещённости от расстояния – 1 балл, условие равенства освещённостей – 1 балл, верный ответ – 1 балл. Из 3 баллов за период: обобщённый III закон Кеплера – 2 балла, верный ответ (740–750 лет) – 1 балл.

Если участник не учёл массу Денеба ($P = r^{3/2} \approx 3400$ лет), – *минус 2 балла.*

Знак ошибки в формуле Погсона, приводящий к расстоянию меньше 1 а.е., – *0 баллов за отношение светимостей, дальнейшие этапы оцениваются по существу.*

Ошибки на предыдущих этапах не влекут снижения баллов на последующих, если иное не указано в критериях оценивания и ошибки не приводят к абсурдным результатам.

№ 5. Условие. Нейтронная звезда массой 1,4 $M_\odot$ присылает радиоимпульсы с периодом 6,22 мс, точными, как атомные часы. Оказалось, что импульсы приходят то раньше, то позже расчётного времени: отклонение меняется по синусоиде с периодом 98,2 суток и амплитудой 1,41 мс.

Учёные выдвинули предположение, что отклонения вызваны наличием планеты, обращающейся вокруг пульсара по круговой орбите, видимой с Земли «с ребра».

1) Найдите радиус орбиты пульсара вокруг центра масс системы.

2) Найдите радиус орбиты планеты и её массу в массах Земли.

3) С какой скоростью пульсар движется по орбите? На сколько меняется наблюдаемый период импульсов из-за эффекта Доплера?

4) Спектрографы измеряют лучевые скорости обычных звёзд с точностью ≈ 1 м/с. Можно ли было бы обнаружить такую планету у обычной звезды той же массы по лучевым скоростям?

Решение. 1) Планета раскачивает пульсар вокруг общего центра масс. Когда пульсар находится на дальней от нас стороне орбиты, импульсам приходится проходить больший путь, и они опаздывают; на ближней стороне – приходят раньше.

Амплитуда запаздывания соответствует радиусу орбиты пульсара:

$$a_1 = c\Delta t = 3{,}0 \cdot 10^5 \text{км/с} \cdot 1{,}41 \cdot 10^{-3} \text{с} \approx 423 \text{км}.$$

(2 балла)

2) Масса планеты много меньше массы пульсара, и по III закону Кеплера (a в а.е., P в годах, M в $M_\odot$)

$$a = (MP^2)^{1/3} = \left(1{,}4 \cdot \left(\frac{98{,}2}{365{,}25}\right)^2\right)^{1/3} \approx 0{,}466 \text{а.е.} \approx 7{,}0 \cdot 10^7 \text{км}.$$

(1 балл)

Из определения центра масс $m \cdot a = M \cdot a_1$:

(1 балл)

$$m = M\frac{a_1}{a} = 1{,}4 \cdot \frac{423}{7{,}0 \cdot 10^7} \approx 8{,}5 \cdot 10^{-6} M_\odot \approx 2{,}8 M_\oplus.$$

(1 балл)

3) Скорость пульсара

$$v_1 = \frac{2\pi a_1}{P} = \frac{2\pi \cdot 423 \text{км}}{98{,}2 \cdot 86400 \text{с}} \approx 3{,}1 \cdot 10^{-4} \text{км/с} \approx 0{,}31 \text{м/с}.$$

(1 балл)

Наблюдаемый период импульсов меняется по закону Доплера на $\Delta P = P \cdot v/c \approx 6{,}22 \cdot 10^{-3}$ с $\cdot\ 1{,}0 \cdot 10^{-9} \approx 6 \cdot 10^{-12}$ с.

(1 балл)

4) Нет: скорость 0,3 м/с меньше точности спектрографов. Пульсар же – сверхточные часы, и накопленная задержка в 1,4 мс измеряется легко. Именно так в 1992 году были открыты первые экзопланеты – у пульсара PSR B1257+12.

(1 балл)

Критерии оценивания (максимум за задачу – 8 баллов).

Основные критерии оценивания даны выше в авторском решении. Масса планеты принимается в диапазоне 2,5–3,1 $M_\oplus$.

Если участник удвоил амплитуду (взял 2,82 мс), за a_1 ставится *0 баллов, дальнейшие пункты оцениваются по существу.*

Вывод п. Г без сравнения 0,3 м/с и 1 м/с – *0 баллов.*

Ошибки на предыдущих этапах не влекут снижения баллов на последующих, если иное не указано в критериях оценивания и ошибки не приводят к абсурдным результатам.

№ 6. Условие. Какой должна быть апертура телескопа, чтобы разрешить пятна на Сириусе (расстояние до Земли 2,64 пк) как протяжённые объекты? Считайте, что пятно на Сириусе имеет такой же линейный размер, как крупные пятна на Солнце, которые видны с Земли под углом 1′. Телескоп имеет дифракционное качество изображения, наблюдения ведутся в оптическом диапазоне (средняя длина волны 500 нм). Сравните полученную апертуру с диаметрами крупнейших строящихся телескопов (около 40 м).

Решение. Если с расстояния 1 а.е. пятно видно под углом 1′ = 60″, то с расстояния 2,64 пк = 2,64·206 265 а.е. оно будет видно под углом в 2,64·206 265 раз меньшим:

(2 балла)

$$\theta = \frac{60''}{2{,}64 \cdot 206265} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-4}\text{угл. с} \approx 5{,}3 \cdot 10^{-10}\text{рад.}$$

(2 балла)

Дифракционный предел разрешения телескопа:

$$\alpha = 1{,}22\frac{\lambda}{D}.$$

(1 балл)

Приравнивая α и θ, получаем

$$D = 1{,}22\frac{\lambda}{\theta} = \frac{1{,}22 \cdot 5 \cdot 10^{-7}\text{м}}{5{,}3 \cdot 10^{-10}} \approx 1{,}1 \cdot 10^{3}\text{м}.$$

(2 балла)

Нужна апертура около 1,1 км – в десятки раз больше крупнейших строящихся телескопов. Такое разрешение доступно только оптическим интерферометрам с базой порядка километра.

(1 балл)

Критерии оценивания (максимум за задачу – 8 баллов).

Основные критерии оценивания даны выше в авторском решении.

Расчёт без множителя 1,22 (D ≈ 0,9 км) – *минус 1 балл.*

Ошибка в переводе угловых единиц, приводящая к абсурдному ответу (апертура меньше метра или больше тысяч километров), – *минус 3 балла.*

Ошибки на предыдущих этапах не влекут снижения баллов на последующих, если иное не указано в критериях оценивания и ошибки не приводят к абсурдным результатам.