

11 класс

1. Условие. В результате наблюдений спиральной галактики, видимой с ребра, оказалось, что спектральная линия, имеющая лабораторную длину волны 6500 \AA , наблюдается на длинах волн от 6490 \AA до 6510 \AA . Оцените максимальную линейную скорость вращения вещества в галактике вокруг ее центра.

Решение:

Поскольку среднее значение длины волны совпадает с лабораторным значением, в целом галактика (и её центр) имеет нулевую лучевую скорость, а максимальные отклонения в каждую сторону соответствуют максимальным значениям скоростей, с которыми соответствующий край галактики приближается к наблюдателю или удаляется от него. Тогда

$$\Delta\lambda = \frac{6510 - 6490}{2} = 10.0(\text{A})$$

и по формуле эффекта Доплера:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} = \frac{10}{6500} = 0.0015$$

Откуда:

$$v = 462.5 \text{ (км/с)}$$

Ответ: $v = 462.5 \text{ км/с}$.

Критерии оценивания:

Определение средней длины волны, явный вывод о нулевой скорости центра галактики — 2 балла

Определение максимального смещения длины волны — 2 балла

Формула эффекта Доплера, вычисление v/c — 2 балла

Итоговый ответ — 2 балла.

2. Условие. Жители планеты, находящейся на расстоянии 1.5 а.е. от родительской звезды, радиус которой составляет 1.5 радиуса Солнца, решили изучить свое светило, отправив к нему научно-исследовательский зонд. Предполагается, что зонд приблизится к звезде на расстояние 7 радиусов звезды. Определите, через какое время после старта космический аппарат первый раз достигнет перицентра своей орбиты, если считать, что зонд движется по эллипсу Гомана.

Решение:

Поскольку радиус звезды (и 7 радиусов звезды) много меньше астрономической единицы, с хорошей точностью можно считать, что перицентрическое расстояние равно нулю.

Поэтому рассмотрим движение по эллипсу с большой полуосью, равной 0.75 а.е. Будем использовать систему единиц «астрономические единицы – земные годы», и будем помнить, что нас интересует только движение до перицентра.

Тогда, с учетом вышесказанного, по III третьему закону Кеплера, получим:

$$t=0.5 \cdot \sqrt{0.75^3}=0.32(\text{года})$$

Ответ: 0.32 (земных года) или 118-119 (земных дня).

Критерии оценивания:

Явное приведение разумной оценки перицентрического расстояния (или ноль, или 7 радиусов звезды = 10,5 радиусов Солнца) — 2 балла.

Определение большой полуоси эллипса Гомана — 1 балл.

Формула третьего закона Кеплера — 2 балла

Определение периода обращения по эллипсу — 2 балла.

Итоговый ответ — 1 балл, независимо от приведённых единиц измерения.

3. Условие. Мальчик Гоша изучает звезду в шаровом звёздном скоплении с общей массой скопления $M = 10^5 M_{\odot}$ и радиусом $R = 20$ пк. Звёзды внутри скопления распределены равномерно. Интересующая Гошу звезда обращается вокруг центра скопления по круговой орбите на расстоянии $r = R/2$ от центра. Чему равна орбитальная скорость этой звезды?

Решение:

Звезду, движущуюся в центрально-симметричном поле с равномерным распределением массы, будут притягивать только внутренние слои. Раз звезда движется по круговой орбите, её скорость:

$$v = \sqrt{\frac{GM_r}{r}},$$

где M_r — масса внутренних слоёв. Поскольку звёзды распределены равномерно, плотность скопления постоянна:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Масса внутри сферы радиусом $r = R/2$ составляет:

$$M_r = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = M \cdot \frac{r^3}{R^3} = M \cdot \frac{(R/2)^3}{R^3} = M \cdot \frac{1}{8}$$

Итого скорость:

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{0.5 \cdot 3.086 \cdot 10^{16} \cdot 8}} = 10 \text{ км/с}$$

Ответ: орбитальная скорость звезды составляет примерно 10 км/с.

Критерии оценивания:

1. Запись формулы круговой скорости — 2 балла.
2. Утверждение, что звезду притягивает только центральная часть скопления (сформулировано явно или напрямую следует из вычисления

притягивающей массы как доли массы скопления внутри сферы с радиусом $R/2$) — 2 балла.

3. Вычисление массы внутри орбиты звезды (численно или в виде $M_r = M/8$) — 1 балл.

4. Итоговое выражение для круговой скорости интересующей нас звезды — 1 балл.

5. Окончательный ответ с указанием размерности — 2 балла.

4. Условие. На Марсе есть большой ударный кратер на плато Меридиана, диаметр кратера составляет 1,5 км. Плато находится в 2 градусах к югу от марсианского экватора. Какую апертуру должен иметь равнозрачковый телескоп, чтобы земной наблюдатель смог различить этот кратер? Считайте, что Марс в момент наблюдения находится в противостоянии. Возможно ли провести такие наблюдения в какой-либо из существующих наземных телескопов в видимом диапазоне? Свой ответ обоснуйте.

Решение:

| | | |
|--|--|----------------------------|
| | <p>Если Марс находится в противостоянии, то расстояние между Землей и Марсом будет равно 0,52 а.е.</p> <p>Данный этап может быть включенным в решение и фигурировать в формуле углового размера. Также может не сопровождаться рисунком.</p> | 1 балл |
| | <p>Воспользуемся формулой углового размера объекта, чтобы посчитать угловой диаметр кратера на небе Земли:</p> | Формула — 1 балл |

| | | |
|--|---|---|
| | $\alpha = 2 \cdot \frac{R}{D} = \frac{d}{D},$ <p>где R – радиус наблюдаемого объекта, d – это диаметр наблюдаемого объекта, D – расстояние между наблюдателем и объектом.</p> <p>При расчёте углового размера необходимо произвести перевод в км из а.е.</p> $\alpha = \frac{d}{D} = \frac{1,5}{0,52 \cdot 1,5 \cdot 10^8} = 1,92 \cdot 10^{-8} rad$ <p>При переводе в угловые секунды</p> $\alpha'' = 1,92 \cdot 10^{-8} \cdot 57,3^\circ \cdot 3600'' = 3,97 \cdot 10^{-8}''$ | <p>Итоговое значение в радианах или секундах —</p> <p>1 балл</p> |
| | <p>Предельное угловое разрешение глаза человека — 1 угловая минута. Это и есть тот минимальный угловой размер, под которым должен быть виден различаемый объект в окуляре равнозрачкового телескопа.</p> <p>По угловым значениям можно найти увеличение телескопа, а зная его, можно найти диаметр апертуры. Для этого воспользуемся формулой углового увеличения телескопа:</p> $\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{D}{d}$ $\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{1'}{3,97 \cdot 10^{-8}''} = \frac{60''}{3,97 \cdot 10^{-8}''} \approx 15 \text{ тыс. крат}$ | <p>Величина разрешения глаза — 1 балл</p> <p>Расчёт увеличения — 1 балл</p> |

| | | |
|--|--|---|
| | <p>В условии задачи было сказано, что телескоп считать равнозрачковым, то есть значение диаметра окуляра (d) примем за 6 мм.</p> $\Gamma = \frac{D}{d} = D = \Gamma d = 15000 \cdot 6 = 90000 \text{ мм} = 90 \text{ м}$ <p>То есть, чтобы различить кратер из условия задачи на поверхности Марса нужен равнозрачковый телескоп с диаметром апертуры ~ 90м.</p> | <p>Численное значение диаметра окуляра от 6 до 8 мм — 1 балл</p> <p>Значение апертуры, соответствующее выбранному диаметру окуляра — 1 балл</p> |
| | <p>Максимальный диаметр наземного телескопа в видимом диапазоне это 10,4 м у Большого Канарского телескопа (GTC). Если участник не помнит размер GTC, то он может вспомнить диаметр апертуры VLT или БТА, они составляют 8,2 и 6 метров соответственно, или другие существующие крупные наземные телескопы.</p> <p>У всех перечисленных выше телескопов диаметр апертуры все равно в ~9 раз меньше, чем у рассчитанного в задаче, соответственно в существующие наземные телескопы нельзя провести наблюдения кратера из условия задачи.</p> <p>Ответ: 90 м, нет.</p> | <p>Ответ о невозможности наблюдений (с обоснование м) — 1 балл</p> |

5. Условие. Любитель астрономии Филипп изучает переменные звезды и однажды на пределе проникающей способности своего телескопа наблюдал звезду звездной величины 10^m в момент минимума ее блеска. Его сосед Кирилл решил тоже приобщиться к астрономии и приобрел телескоп, но с апертурой, в три раза меньшей. Однако он тоже смог пронаблюдать эту же звезду, но только в максимуме ее блеска. Какую звездную величину звезда имеет в максимуме блеска?

Решение: Поскольку апертура второго телескопа в 3 раза меньше, телескоп Кирилла собирает в $3^2 = 9$ раз меньше света за единицу времени (**2 балла**).

По закону Погсона

$$\Delta m = 2,5 \log (E_1 / E_2) = 2,5 \log 9 = 2,4^m$$

[**3 балла** за верную формулу + **2 балла** за расчёт]

Это значит, что в максимуме блеска звезда имеет звездную величину на 2.4^m меньшую, чем в минимуме. Значит, её звездная величина равна $10^m - 2.4^m = 7,6^m$ (**1 балл**).

Ответ: 7.6^m .

6. Условие. Вам дано изображение Луны на закате. Считайте, что Солнце только что зашло за горизонт. Растущая или убывающая Луна на картинке? Рассчитайте угол элонгации Луны — угловое расстояние на небе между Солнцем и Луной с точки зрения наблюдателя на Земле без учёта атмосферных факторов? Для справки ниже приведена таблица зависимости угла рефракции от высоты светила над горизонтом.

| $h, ^\circ$ | $\rho, '$ | $h, ^\circ$ | $\rho, '$ | $h, ^\circ$ | $\rho, '$ | $h, ^\circ$ | $\rho, '$ |
|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|
| 90 | 0 | 30 | 1.7 | 5 | 9.9 | 2 | 18.4 |
| 70 | 0.4 | 20 | 2.6 | 4 | 11.8 | 1 | 24.7 |
| 50 | 0.8 | 10 | 5.3 | 3 | 14.4 | 0 | 35.4 |



Решение

Вечером после захода Солнца в виде тонкого серпа наблюдается растущая Луна (**2 балла**). За ответ «растущая» без какого-либо обоснования — 1 балл.

Проводим диаметр Луны через крайние точки яркого серпа (или другим образом строим диаметр диска Луны). Поскольку угловой размер диска Луна примерно равен $0,5^\circ$, можно рассчитать масштаб изображения (градусы в см).

Конкретный численный ответ зависит от размера изображения на печати и может отличаться у участников. **(1 балл)**

В направлении срединного перпендикуляра к освещённому серпу Луны находится Солнце. По условию Солнце только что зашло, и, считая, что оно находится непосредственно под горизонтом, можно найти видимое угловое расстояние между центрами светил. Получается значение около 3.5° **(1 балл)**. Однако это угловое расстояние искажается атмосферой Земли из-за рефракции.

Из-за рефракции близкие к горизонту светила смещаются вверх. Высота Луны над горизонтом составляет около 2.8° , что соответствует величине смещения рефракции (из таблицы) около $15'$ **(1 балл)**, а Солнце находится под горизонтом на высоте около нуля, и величина рефракции для него составляет примерно $35'$ **(1 балл)**. Значит, из-за рефракции угловое расстояние между центрами светил визуально сокращается по вертикали на $35' - 15' = 20'$ **(1 балл)**. На угловое расстояние по горизонтали рефракция не влияет.

Рассчитаем реальное угловое расстояние между центрами светил по теореме Пифагора: расстояние по вертикали $h = 3^\circ$, расстояние по горизонтали $a = 2.5^\circ$, итоговое угловое расстояние $b = 3.9^\circ$ **(1 балл)**

Решение без учёта смещения из-за рефракции оценивается не более чем в **4 балла**.