

## 11 класс

**1. Условие.** В результате наблюдений спиральной галактики, видимой с ребра, оказалось, что спектральная линия, имеющая лабораторную длину волны 6500 Å, наблюдается на длинах волн от 6490 Å до 6510 Å. Оцените максимальную линейную скорость вращения вещества в галактике вокруг ее центра.

**Решение:**

Поскольку среднее значение длины волны совпадает с лабораторным значением, в целом галактика (и её центр) имеет нулевую лучевую скорость, а максимальные отклонения в каждую сторону соответствуют максимальным значениям скоростей, с которыми соответствующий край галактики приближается к наблюдателю или удаляется от него. Тогда

$$\Delta\lambda = \frac{6510 - 6490}{2} = 10.0 (\text{Å})$$

и по формуле эффекта Доплера:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} = \frac{10}{6500} = 0.0015$$

Откуда:

$$v = 462.5 \text{ (км/с)}$$

Ответ:  $v = 462.5 \text{ км/с}$ .

**Критерии оценивания:**

Определение средней длины волны, явный вывод о нулевой скорости центра галактики — 2 балла

Определение максимального смещения длины волны — 2 балла

Формула эффекта Доплера, вычисление  $v/c$  — 2 балла

Итоговый ответ — 2 балла.

**2. Условие.** Жители планеты, находящейся на расстоянии 1.5 а.е. от родительской звезды, радиус которой составляет 1.5 радиуса Солнца, решили изучить свое светило, отправив к нему научно-исследовательский зонд. Предполагается, что зонд приблизится к звезде на расстояние 7 радиусов звезды. Определите, через какое время после старта космический аппарат первый раз достигнетperiцентра своей орбиты, если считать, что зонд движется по эллипсу Гомана.

***Решение:***

Поскольку радиус звезды (и 7 радиусов звезды) много меньше астрономической единицы, с хорошей точностью можно считать, что periцентрическое расстояние равно нулю.

Поэтому рассмотрим движение по эллипсу с большой полуосью, равной 0.75 а.е. Будем использовать систему единиц «астрономические единицы – земные годы», и будем помнить, что нас интересует только движение до periцентра.

Тогда, с учетом вышесказанного, по III третьему закону Кеплера, получим:

$$t=0.5 \cdot \sqrt{0.75^3}=0.32(\text{года})$$

Ответ: 0.32 (земных года) или 118-119 (земных дня).

***Критерии оценивания:***

Явное приведение разумной оценки periцентрического расстояния (или ноль, или 7 радиусов звезды = 10,5 радиусов Солнца) — 2 балла.

Определение большой полуоси эллипса Гомана — 1 балл.

Формула третьего закона Кеплера — 2 балла

Определение периода обращения по эллипсу — 2 балла.

Итоговый ответ — 1 балл, независимо от приведённых единиц измерения.

**3. Условие.** Мальчик Гоша изучает звезду в шаровом звёздном скоплении с общей массой скопления  $M = 10^5 M_\odot$  и радиусом  $R = 20$  пк. Звёзды внутри скопления распределены равномерно. Интересующая Гошу звезда обращается вокруг центра скопления по круговой орбите на расстоянии  $r = R/2$  от центра. Чему равна орбитальная скорость этой звезды?

**Решение:**

Звезду, движущуюся в центрально-симметричном поле с равномерным распределением массы, будут притягивать только внутренние слои. Раз звезда движется по круговой орбите, её скорость:

$$v = \sqrt{\frac{GM_r}{r}},$$

где  $M_r$  — масса внутренних слоёв. Поскольку звёзды распределены равномерно, плотность скопления постоянна:

$$\rho = \frac{M}{4/3 \pi R^3}$$

Масса внутри сферы радиусом  $r = R/2$  составляет:

$$M_r = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{M}{4/3 \pi R^3} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = M \cdot \frac{r^3}{R^3} = M \cdot \frac{(R/2)^3}{R^3} = M \cdot \frac{1}{8}$$

Итого скорость:

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{0.5 \cdot 3.086 \cdot 10^{16} \cdot 8}} = 10 \text{ км/с}$$

Ответ: орбитальная скорость звезды составляет примерно 10 км/с.

**Критерии оценивания:**

1. Запись формулы круговой скорости — 2 балла.
2. Утверждение, что звезду притягивает только центральная часть скопления (сформулировано явно или напрямую следует из вычисления

притягивающей массы как доли массы скопления внутри сферы с радиусом  $R/2$ )

— 2 балла.

3. Вычисление массы внутри орбиты звезды (численно или в виде  $M_r = M/8$ ) — 1 балл.

4. Итоговое выражение для круговой скорости интересующей нас звезды  
— 1 балл.

5. Окончательный ответ с указанием размерности — 2 балла.

**4. Условие.** На Марсе есть большой ударный кратер на плато Меридиана, диаметр кратера составляет 1,5 км. Плато находится в 2 градусах к югу от марсианского экватора. Какую апертуру должен иметь равнозрачковый телескоп, чтобы земной наблюдатель смог различить этот кратер? Считайте, что Марс в момент наблюдения находится в противостоянии. Возможно ли провести такие наблюдения в какой-либо из существующих наземных телескопов в видимом диапазоне? Свой ответ обоснуйте.

**Решение:**

<p>Если Марс находится в противостоянии, то расстояние между Землей и Марсом будет равно 0,52 а.е.</p> <p>Данный этап может быть включенным в решение и фигурировать в формуле углового размера. Также может не сопровождаться рисунком.</p>	<p><b>1 балл</b></p>
<p>Воспользуемся формулой углового размера объекта, чтобы посчитать угловой диаметр кратера на небе Земли:</p>	<p>Формула — <b>1 балл</b></p>

	$\alpha = 2 \cdot \frac{R}{D} = \frac{d}{D},$ <p>где R – радиус наблюдаемого объекта, d – это диаметр наблюдаемого объекта, D – расстояние между наблюдателем и объектом.</p> <p>При расчёте углового размера необходимо произвести перевод в км из а.е.</p> $\alpha = \frac{d}{D} = \frac{1,5}{0,52 \cdot 1,5 \cdot 10^8} = 1,92 \cdot 10^{-8} rad$ <p>При переводе в угловые секунды</p> $\alpha'' = 1,92 \cdot 10^{-8} \cdot 57,3^\circ \cdot 3600'' = 3,97 \cdot 10^{-8}''$	Итоговое значение в радианах или секундах — <b>1 балл</b>
	<p>Предельное угловое разрешение глаза человека — 1 угловая минута. Это и есть тот минимальный угловой размер, под которым должен быть виден различаемый объект в окуляре равнозрачкового телескопа.</p> <p>По угловым значениям можно найти увеличение телескопа, а зная его, можно найти диаметр апертуры. Для этого воспользуемся формулой углового увеличения телескопа:</p> $\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{D}{d}$ $\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{1'}{3,97 \cdot 10^{-8}''} = \frac{60''}{3,97 \cdot 10^{-8}''} \approx 15 \text{тыс. крат}$	Величина разрешения глаза — <b>1 балл</b>  Расчёт увеличения — <b>1 балл</b>

	<p>В условии задачи было сказано, что телескоп считать равнозрачковым, то есть значение диаметра окуляра (<math>d</math>) примем за 6 мм.</p> $\Gamma = \frac{D}{d} = D = \Gamma d = 15000 \cdot 6 = 90000 \text{мм} = 90 \text{м}$ <p>То есть, чтобы различить кратер из условия задачи на поверхности Марса нужен равнозрачковый телескоп с диаметром апертуры <math>\sim 90</math> м.</p>	<p>Численное значение диаметра окуляра от 6 до 8 мм — <b>1 балл</b></p> <p>Значение апертуры, соответствующее выбранному диаметру окуляра — <b>1 балл</b></p>
	<p>Максимальный диаметр наземного телескопа в видимом диапазоне это 10,4 м у Большого Канарского телескопа (GTC). Если участник не помнит размер GTC, то он может вспомнить диаметр апертуры VLT или БТА, они составляют 8,2 и 6 метров соответственно, или другие существующие крупные наземные телескопы.</p> <p>У всех перечисленных выше телескопов диаметр апертуры все равно в <math>\sim 9</math> раз меньше, чем у рассчитанного в задаче, соответственно в существующие наземные телескопы нельзя провести наблюдения кратера из условия задачи.</p> <p><b>Ответ:</b> 90 м, нет.</p>	<p>Ответ о невозможности наблюдений (с обоснованием) — <b>1 балл</b></p>

**5. Условие.** Любитель астрономии Филипп изучает переменные звезды и однажды на пределе проницающей способности своего телескопа наблюдал звезду звездной величины  $10^m$  в момент минимума ее блеска. Его сосед Кирилл решил тоже приобщиться к астрономии и приобрел телескоп, но с апертурой, в три раза меньшей. Однако он тоже смог пронаблюдать эту же звезду, но только в максимуме ее блеска. Какую звездную величину звезда имеет в максимуме блеска?

**Решение:** Поскольку апертура второго телескопа в 3 раза меньше, телескоп Кирилла собирает в  $3^2 = 9$  раз меньше света за единицу времени (**2 балла**).

По закону Погсона

$$\Delta m = 2,5 \log (E_1 / E_2) = 2,5 \log 9 = 2,4^m$$

[**3 балла** за верную формулу + **2 балла** за расчёт]

Это значит, что в максимуме блеска звезда имеет звездную величину на  $2,4^m$  меньшую, чем в минимуме. Значит, её звездная величина равна  $10^m - 2,4^m = 7,6^m$  (**1 балл**).

**Ответ:**  $7,6^m$ .

**6. Условие.** Вам дано изображение Луны на закате. Считайте, что Солнце только что зашло за горизонт. Растущая или убывающая Луна на картинке? Рассчитайте угол элонгации Луны — угловое расстояние на небе между Солнцем и Луной с точки зрения наблюдателя на Земле без учёта атмосферных факторов? Для справки ниже приведена таблица зависимости угла рефракции от высоты светила над горизонтом.

$h, {}^\circ$	$\rho, '$						
90	0	30	1.7	5	9.9	2	18.4
70	0.4	20	2.6	4	11.8	1	24.7
50	0.8	10	5.3	3	14.4	0	35.4



### Решение

Вечером после захода Солнца в виде тонкого серпа наблюдается растущая Луна (**2 балла**). За ответ «растущая» без какого-либо обоснования — 1 балл.

Проводим диаметр Луны через крайние точки яркого серпа (или другим образом строим диаметр диска Луны). Поскольку угловой размер диска Луна примерно равен  $0,5^\circ$ , можно рассчитать масштаб изображения (градусы в см).

Конкретный численный ответ зависит от размера изображения на печати и может отличаться у участников. **(1 балл)**

В направлении серединного перпендикуляра к освещённому серпу Луны находится Солнце. По условию Солнце только что зашло, и, считая, что оно находится непосредственно под горизонтом, можно найти видимое угловое расстояние между центрами светил. Получается значение около  $3.5^\circ$  **(1 балл)**. Однако это угловое расстояние искажается атмосферой Земли из-за рефракции.

Из-за рефракции близкие к горизонту светила смещаются вверх. Высота Луны над горизонтом составляет около  $2.8^\circ$ , что соответствует величине смещения рефракции (из таблицы) около  $15'$  **(1 балл)**, а Солнце находится под горизонтом на высоте около нуля, и величина рефракции для него составляет примерно  $35'$  **(1 балл)**. Значит, из-за рефракции угловое расстояние между центрами светил визуально сокращается по вертикали на  $35' - 15' = 20'$  **(1 балл)**. На угловое расстояние по горизонтали рефракция не влияет.

Рассчитаем реальное угловое расстояние между центрами светил по теореме Пифагора: расстояние по вертикали  $h = 3^\circ$ , расстояние по горизонтали  $a = 2.5^\circ$ , итоговое угловое расстояние  $b = 3.9^\circ$  **(1 балл)**

Решение без учёта смещения из-за рефракции оценивается не более чем в **4 балла**.