10 класс

1. Условие. Звёздное скопление Плеяды при наблюдении имеет с Земли угловой размер 1°50' и суммарную видимую звёздную величину +1,2m. Космическая экспедиция стартовала с Земли и вылетев из Солнечной системы удаляется в направление, строго противоположное Плеядам. В какой-то момент экспедиции космонавт Женя понимает, что угловой размер скопления стал равен пороговому разрешению человеческого глаза (2 угловые минуты). Чему равна звёздная величина скопления в этот момент?

Решение

Угловой размер небесного объекта обратно пропорционален расстоянию до него. Угловой размер Плеяд 1°50' = 110'. Найдём соотношение расстояний между Плеядами и Землёй и Плеядами и космонавтами из отношения угловых размеров:

$$\frac{D_1}{D_0} = \frac{\theta_0}{\theta_1} = \frac{110'}{2'} = 55$$

где D_0 — расстояние от Земли до Плеяд, D_1 — расстояние от космонавтов до Плеяд, θ_0 и θ_1 — исходный и новый угловые размеры соответственно. Таким образом, в интересующий нас момент космический аппарат будет находиться в 55 раз дальше от скопления, чем Земля.

Согласно закону обратных квадратов, освещённость, создаваемая источником света, обратно пропорциональна квадрату расстояния до него:

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{{D_0}^2}{{D_1}^2} = \frac{1}{55^2} = \frac{1}{3025}$$

, где E_0 и E_1 — освещённости, создаваемые скоплением на исходном и новом расстоянии. Следовательно, поток света ослабевает в 3025 раз. Для связи изменения освещённости с изменением звёздной величины используем логарифмическую формулу Погсона:

$$m_1 - m_0 = 2.5 * lg\frac{E_0}{E_1} = 8.7$$

Итого звёздная величина скопление изменилась на 8.7^m и составила 9.9^m.

Ответ: 9.9^m

Критерии оценивания:

1. Выявление верного удаления наблюдателя от Плеяд (2 балла)

Один балл выставляется за верное написание соотношения углового размера и расстояния (или за любое равносильное утверждение).

Один балл выставляется за вычисление соотношения расстояний.

2. Применение закона обратных квадратов (2 балла)

Один балл выставляется за верное написание формулы

Один балл выставляется за вычисление соотношения расстояний.

3. Применение закона Погсона (2 балла)

Полный балл выставляется за за верное написание закона Погсона (не имеет значения, в логарифмическом или в степенном виде)

4. Проведение вычислений и итоговый ответ (2 балла)

Допустимая погрешность: 0.1m. То есть за ответ в диапазоне от 9.8 до 10 выставляется полный балл (включая ответы 9.8 и 10). За ответ в диапазоне от 9.5 до 9.8 и от 10 до 10.3 выставляется один балл из двух.

Прим: если школьник не делает промежуточных вычислений и получает правильный ответ на задачу — баллы за задачу выставляются в полной мере. Если школьник совершает вычислительную ошибку на одном этапе решения задачи - *это не влияет на оценку дальнейших пунктов и они оцениваются в полной мере. Если только школьник не получает заведомо абсурдный ответ.*

2. Условие. Плутон и его спутник Харон считаются двойной карликовой планетой. Определите массы этих объектов, считая, что их плотности равны, радиус Харона в два раза меньше радиуса Плутона, а большая полуось его орбиты равна 19 600 км. Период обращения Харона вокруг Плутона равен 6 земным суткам.

Решение:

По обобщенному III закону Кеплера имеем:

$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot (M_1 + M_2)}$,

где P – период обращения, a – большая полуось, M_1, M_2 – массы компонентов двойной системы. Тогда (все величины принимаем равными в системе СИ):

$$M_1 + M_2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot a^3}{G \cdot P^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (19.591 \cdot 10^6)^3}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot (6 \cdot 8.64 \cdot 10^4)^2} = 1.656 \cdot 10^{22}(\text{кг})$$

Так как плотности Плутона и Харона равны по условию, то отношение масс планеты и спутника будут равны отношению кубов их радиусов:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{R_2^3}{R_1^3} = (0.5)^3 = 0.125$$

Таким образом:

$$1.125 \cdot M_1 = 1.656 \cdot 10^{22}(\text{кг})$$

Откуда для массы Плутона получаем:

$$M_1 = 1.47 \cdot 10^{22}(\text{кг})$$

А для массы Харона соответственно:

$$M_2 = 0.184 \cdot 10^{22}(\text{кг}) = 1.84 \cdot 10^{21}(\text{кг})$$

Ответ: масса Плутона $1.47 \cdot 10^{22}$ кг, масса Харона $0.184 \cdot 10^{22}$ кг.

2. Критерии оценивания:

Верная запись обобщенного закона Кеплера с суммой масс компонентов — 2 балла

Расчёт величины суммарной массы (погрешность не более 10%) — 1 балл

Запись отношения масс через отношение кубов радиусов — 1 балл.

Вычисление отношения масс — 1 балл.

Итоговый ответ: масса Плутона (± 10%) — 1 балл, масса Харона (± 10%) — 1 балл.

При записи третьего закона Кеплера с одной массой и вычислении из него массы Плутона (а массы Харона из соотношения масс) за задачу ставится не более 4 баллов.

3. Условие. Возможно, когда-то радиус орбиты Луны вокруг Земли был в два раза меньше, чем теперь.

А) Определите, был ли в ту эпоху меньше, больше или таким же, как теперь, период лунных приливов — время между двумя последовательными приливами в данной точке Земли. Ответ поясните.

Б) Оцените величину этого периода.

Считайте, что длительности земных суток (звездных и солнечных) тогда были такими же, что и сейчас.

Решение.

Для полного решения задачи в данном случае подходит простая модель двух приливных волн, находящихся в подлунной и в диаметрально противоположной областях Земли. Для полного ответа на вопрос **А** даже не надо знать, что лунных приливных волн две, а не одна.

А) если радиус орбиты был меньше, период обращения Луны (сидерический месяц) тоже был меньше (например, по 3 закону Кеплера). Поскольку Луна вращается вокруг Земли в ту же сторону, что и сама Земля в своем суточном вращении, области на поверхности Земли потребовалось бы больше времени, чтобы «догнать» Луну и вновь стать подлунной областью. Поэтому период лунных приливов был бы больше.

Здесь надо было бы провести проверку, а не станет ли период Луны экстремально маленьким, что может привести к уменьшению периода приливов. Такая проверка сделана при решении этапа Б. От участника такая проверка при решении этапа А не требуется.

Б) по 3 закону Кеплера найдем продолжительность сидерического месяца, если бы радиус лунной орбиты был в 2 раза меньше:

$$\mathrm{T} = 27{,}3\text{суток} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 9{,}7\text{суток}.$$

Для определения периода приливов можно использовать, например, формулу синодического периода Луны и области поверхности Земли, вращающихся вокруг центра Земли (звездные сутки округлим до солнечных):

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{1} - \frac{1}{9{,}7}, \text{т. е.}\, S \approx 1{,}11\text{суток} \approx 27\text{часов}.$$

Поскольку лунных приливных волн две (в диаметрально противоположных областях Земли), а не одна, финальный ответ ≈13,5 часа.

Критерии оценивания:

А. за ответ «больше» без пояснений – 1 балл.

За ответ «не изменится» – 0 баллов.

За ответ «почти не изменится» – 1 балл.

За правильный ответ с адекватным объяснением – 4 балла.

Б. За правильное решение (вне зависимости от его совпадения с авторским) и ответ, который за счет округлений может немного отличаться от авторского, – 4 балла.

Игнорирование второй (противоположной) приливной волны – не более 2 баллов за этап Б.

Нахождение значения сидерического месяца при вдвое уменьшенной орбите без дальнейшего продвижения в решении – 1 балл.

4. Условие. Астроном Матвей очень хотел пронаблюдать Солнце, не имея солнечного фильтра, зато имея телескоп. Тогда он решил убрать окуляр и спроецировать изображение Солнца на бумажный экран (отметим, что телескоп у Матвея был системы Галилея, а значит труба не сильно мешала научным исследованиям). Телескоп имеет объектив с диаметром D = 100 мм и фокусным расстоянием F = 800 мм. Матвей двигал бумажный экран за объективом, чтобы поймать резкое изображение, но в какой-то момент бумага задымилась и подгорела.

А. На каком расстоянии от окуляра наиболее вероятно был расположен бумажный экран в момент поджога?

Б. Чему была равна освещённость, которая пришлась на бумагу в этом месте? Для расчётов примите, что освещённость, создаваемая Солнца на поверхности Земли (солнечная постоянная) составляет 1370 Вт/м², и считайте оптическую систему идеальной.

Решение

Для получения резкого и наиболее концентрированного изображения экран должен располагаться в фокальной плоскости объектива. В таком случае расстояние от объектива до экрана равно фокусному расстоянию объектива - 0.8 метра.

Солнце — не точечный объект, поэтому его изображение будет иметь конечный линейный размер в фокальной плоскости. Угловой размер Солнца составляет примерно $\alpha = 0.52° = 0.00908$ радиан. Линейный диаметр изображения Солнца в фокальной плоскости:

$$d = F \cdot \alpha = 0.8 \cdot 0.00908 \approx 0.00726 \text{ м} = 7.26 \text{ мм}$$

Световой поток, собранный объективом, будет приходить на всю площадь изображения Солнца на экране. Это означает, что отношение площадей объектива и изображения Солнца показывает, во сколько раз увеличивается освещённость:

$$K = S_2 / S_1 = D^2/d^2 \approx 190$$

Итоговая освещённость изображения будет:

$$E = E_0 \cdot K = 1370 \cdot 190 \approx 260\,000 \text{ Вт/м}^2$$

Ответ:

А. Бумажный экран находился на расстоянии 0.8 м от объектива

Б. Освещённость составит примерно 260 кВт/м²

Критерии оценивания

1. Определение положения экрана (2 балла)

Чётко указано, что резкое изображение (и максимальная концентрация света) получается в фокальной плоскости объектива, и приведён ответ с единицами измерения.

2. Расчёт размера изображения Солнца (2 балла)

3. Расчёт коэффициента увеличения освещённости (3 балла)

4. Определение итоговой освещённости (1 балл)

5. Условие. Определите минимальное угловое разрешение, доступное радиотелескопу РТФ-32 (Нижний Архыз, Карачаево-Черкесия), если диаметр главного зеркала телескопа 32 метра и телескоп работает в диапазоне частот 1.43 ГГц - 22.2 ГГц.

Решение:

Определим диапазон длин волн, в котором работает телескоп:

$\lambda = \frac{c}{\nu}$ (*1 балл*)

Следовательно:

$\lambda_1 = \frac{300000000(\frac{\text{м}}{\text{с}})}{22.2 \cdot 10^9(\text{с}^{-1})} = 0.0135(\text{м}) = 1.35(\text{см})$ (*1 балл*)

$\lambda_2 = \frac{300000000(\frac{\text{м}}{\text{с}})}{1.43 \cdot 10^9(\text{с}^{-1})} = 0.21(\text{м}) = 21(\text{см})$ (*1 балл*)

Угловое разрешение телескопа определяется по формуле:

$\beta = \frac{\lambda}{D}$ (*2 балла*)

(участники также могут использовать эту формулу с коэффициентом 1.22, это не влияет на оценку задачи при правильных расчётах; итоговые ответы получаются в 1,22 раза больше)

Откуда, подставляя численные значения, получаем:

$\beta_1 = \frac{0.0135}{32} = 4.2\text{x}10^{-4}(\text{рад}) = 2.4\text{x}10^{-2}(\text{градуса}) = 1.45'$ (*1 балл*)

$\beta_2 = \frac{0.21}{32} = 6.6\text{x}10^{-3}(\text{рад}) = 0.376(\text{градуса}) = 18.8'$ (*1 балл*)

Ответ: b_1 = 1.45' (*1 балл*).

Если участники сразу явно утверждают, что минимальное разрешение будет на максимальной рабочей частоте и не вычисляют значения длины волны и разрешения для частоты 1,43 ГГц, решение оценивается в полном объёме (8 баллов при верных расчётах).

Если такого явного утверждения нет, но расчёты проведены только для одной границы диапазона, максимальная оценка за задачу составляет 5 баллов.

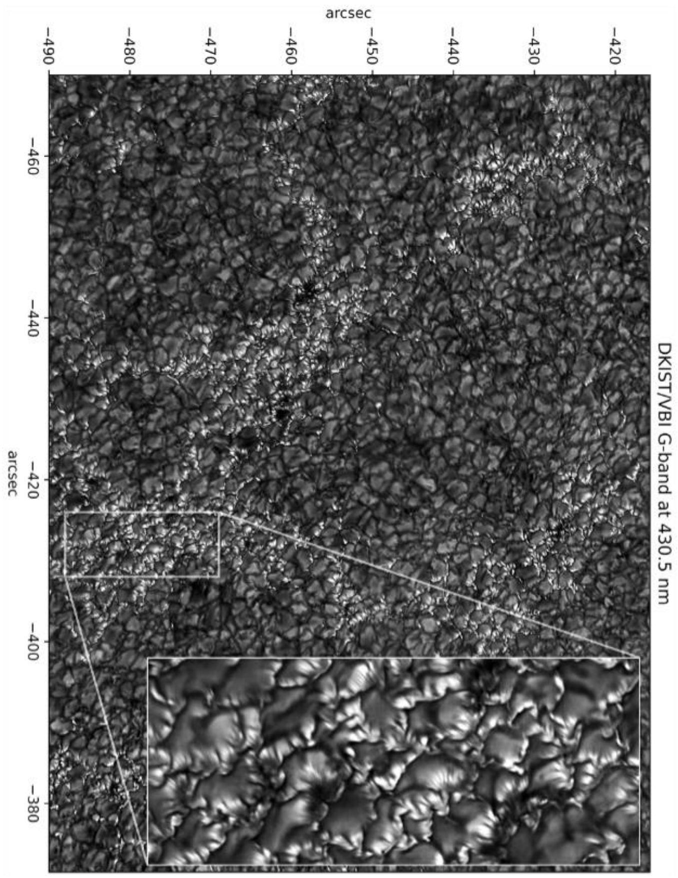
Допустимая погрешность ответов без снижения баллов — 10%.

6. Условие. На наземном телескопе DKIST было получено изображение, представленное ниже.

А. Какой объект представлен на изображении?

Б. Определите размеры (в км) выделенного на изображении прямоугольного поля.

В. Известно, что наименьшие детали, различимые на изображении, имеют размер около 20 км. Определите угловую разрешающую способность телескопа (в угловых секундах) при получении этого изображения.



Решение. А) это Солнце. Правильными ответами также считаются «солнечная поверхность», «солнечная фотосфера», «бурление плазмы на Солнце», «конвекция на Солнце», «гранулы конвекции плазмы на Солнце» и т.п.

Б) на изображении указаны угловые шкалы. Для выделенного поля получаем угловые размеры, примерно, 8,2″ x 19,4″. Зная расстояние от телескопа до Солнца (телескоп наземный) – 150 млн. км, получаем линейные размеры:

$$150000000\text{км} \cdot 8{,}2 \cdot \frac{1}{3600} \cdot \frac{2\pi}{360} \approx 6000\text{км},$$

$$150000000\text{км} \cdot 19{,}4 \cdot \frac{1}{3600} \cdot \frac{2\pi}{360} \approx 14000\text{км}.$$

Ответы в диапазоне ±1500 км для обоих размеров считаются правильными (при адекватном расчете).

В) проводим обратный расчет – километры в угловые секунды:

$$\frac{20\text{км}}{150000000\text{км}} \cdot \frac{360}{2\pi} \cdot 3600'' \approx 0{,}028''.$$

Допустимо округление итогового ответа до 0,03″.

Критерии оценивания

А. За правильный ответ – *3 балла*.

Б. За каждый угловой размер в диапазоне ±2″ (включительно) – *1 балл*.

За каждый линейный размер в диапазоне ±1500 км (включительно) – *1 балл*.

Итого за этап Б – 4 балла. Отсутствие явно указанных угловых размеров поля, при правильном расчете линейных размеров, а также их указание не в секундах не являются основанием для снижения баллов. Участник может вычесть из расстояния до Солнца радиус Солнца – это не приведет к существенному изменению ответа и не является основанием для снижения баллов.

Участник может знать, что характерный размер гранулы конвекции на Солнце – около 1000 км, и решать этап, исходя из этого, не обращая внимания на угловые шкалы на изображении. В этом случае за этап Б – *не более 2 баллов.*

Указание линейных размеров не в километрах – *минус 1 балл за этап.*

Указание одного или обоих линейных размеров с точностью до 10 километров или точнее (например, 6220 км или точнее) – *минус 1 балл за этап.*

В) за этап – *1 балл.*

Указание ответа не в угловых секундах в данном случае не влечет уменьшения баллов за этап.