**Решения заданий муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников**

**Новосибирской области по математике 2025-2026 г.г.**

**Решение каждой задачи олимпиады оценивается из 7 баллов**

**7 класс**

1. На волшебный забег пришли математик, кентавр и совёнок. Кентавр и совёнок стартовали одновременно, а вот математик замешкался и начал своё движение только через минуту после них (скорости постоянны, а бегут все по прямой в одном направлении). Пробежав одну минуту, математик не догнал остальных, но сократил расстояние до кентавра в полтора раза, а до совёнка – в два раза. Как относятся скорости кентавра и совёнка?

**Решение.** Пусть скорости кентавра и совёнка равна $k$ и $s$ метров в минуту, соответственно. Тогда математик за минуту сократил отставание до кентавра с $k$ метров до 2/3 $k$. Из этого следует, что за 2 минуты кентавр пробежал $2k$ метров, а математик за одну – 4/3 $k$ метров, то есть его скорость равна 4/3 $k$. Аналогично, за 2 минуты совёнок пробежал $2s$ метров, а математик за одну – 3/2 $s$ метров, то есть его скорость равна 3/2 $s$.

Значит, 4/3 $k$ = 3/2 $s$, откуда $k$ = 9/8 $s$, то есть кентавр в 9/8 раз быстрее совёнка.

**Критерии.** Только ответ – 0 баллов.

Только ответ с проверкой, что он подходит – 1 балл.

Верно вычислено, что математик в 4/3 раза быстрее кентавра или в 3/2 раза быстрее совёнка, но дальнейших продвижений нет – 3 балла.

2. На некотором острове живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, а суммарно их там проживает 2026 человек. Однажды 25 жителей сказали: “На острове проживает нечётное количество лжецов”, а все остальные сказали: “На острове проживает чётное количество рыцарей”. Сколько рыцарей может проживать на этом острове?

**Решение.** Если на острове нечётное число лжецов, то рыцарей также будет нечётное число, так как всего их 2026 человек. Поэтому одна из двух произнесённых фраз ложь, а другая — правда. Но и 25, и 2021 — нечётные числа, поэтому правдой является фраза “На острове проживает нечётное количество лжецов”. Значит, на острове 25 рыцарей.

**Критерии.** Только ответ – 0 баллов.

Только ответ с проверкой, что он подходит – 1 балл.

3. Можно ли расставить в клетках квадрата $19 \times 19$ произвольные числа таким образом, что в любом квадрате $10 \times 10$ сумма чисел будет положительной, а в любом квадрате $11 \times 11$ сумма чисел будет отрицательной?

**Решение.** Да, можно. Поставим в центральную клетку число 100, а во все остальные расставим минус единицы. Любой квадрат $10 \times 10$ и $11 \times 11$ содержит центральную клетку, и поэтому сумма в любом квадрате $10 \times 10$ равна $100 - 99 = 1$, а в любом квадрате

$11 \times 11$ сумма чисел равна $100 - 120 = -20$. Значит, такая расстановка удовлетворяет условию.

**Критерии.** Любой верный пример с обоснованием, что он подходит – 7 баллов.

Любой верный пример без обоснования, что он подходит – 6 баллов.

4. Семён сдавал ЕГЭ по физике, математике и информатике вместе с десятью своими одноклассниками. Оказалось, что все 11 человек набрали разное число баллов как по любому отдельно взятому предмету, так и в сумме за все три (за каждый экзамен можно набрать от 0 до 100 баллов), и при этом в каждом отдельном предмете Семён показал третий результат в классе. Какое самое низкое место среди своих одноклассников мог занять Семён по сумме баллов за все три экзамена?

**Решение.** Пусть по сумме баллов Семёна опередили $k$ человек. Это значит, что любой из этих $k$ человек хотя бы один экзамен написал лучше Семёна, ведь если все три экзамена он написал хуже, то и по сумме баллов он будет ниже. Но лучше Семёна только 6 человек написали какой-либо экзамен, и поэтому впереди него максимум 6 человек, а он, самое низкое, на седьмом месте.

Приведём теперь пример, что он действительно мог оказаться на седьмом месте. В таблице указано, сколько каждый из 11 человек набрал во всех трёх экзаменах, а также суммарное количество баллов. Несложно видеть, что это подходит под условие, и Семён действительно седьмой.

| | Семён | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 100 | 1 | 2 | 50 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 2 | 10 | 1 | 100 | 2 | 3 | 50 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 10 | 1 | 2 | 100 | 3 | 4 | 50 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Сум | 30 | 102 | 103 | 104 | 56 | 57 | 58 | 15 | 18 | 21 | 24 |

**Критерии.** Только ответ – 0 баллов.

Только доказательство того, что Семён не может опуститься ниже 7 места – 4 балла.

Только пример того, что Семён может занять 7 место – 3 балла.

Если пример, в целом, верен, но в нём у некоторых участников равное количество очков, то за это снимается 1 балл.

5. В ряд стоят 999 коробок, в которых лежат 1, 2, 3, …, 499, 500, 499, 498, …, 3, 2, 1 шариков соответственно. Роботы Виталий и Геннадий делают ходы по очереди, начиная с Виталия. За один ход разрешается либо переместить любое ненулевое количество шариков из произвольной коробки (кроме первой) в соседнюю слева, либо отправить любое ненулевое количество шариков из первой коробки на металлолом. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из роботов может обеспечить себе победу вне зависимости от действий соперника?

**Решение.** Покажем, что выигрывает Геннадий. Отметим коробки с нечётным числом шариков (они идут через одно). Разобьём их на пары с одинаковым числом шариков. Пусть

Геннадий все ходы делает только из отмеченных коробок. Каждым ходом Виталий нарушает равенство для какой-то пары коробок. Пусть Геннадий равенство восстанавливает: если Виталий добавил шарики в коробку пары, Геннадий их убирает; а если Виталий убрал какое-то число шариков из одной коробки пары, Геннадий убирает столько же из другой. В результате Геннадий всегда может сделать ход, поэтому он не проиграет, а так как игра конечна, то выиграет.

**Критерии.** Только ответ – 0 баллов.

Идея разбить коробки на пары указанным в решении способом – 2 балла.