Решения заданий муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников

Новосибирской области по математике 2022-2023 г.г.

8 класс

!Внимание!

Решения, полученные ребёнком могут в корне отличаться от решений, приведенных здесь. Каждое правильное решение, вне зависимости от количества написанных букв, количества исписанных страниц и использования разных значений оценивается **в 7 баллов**. В графе “критерии” написаны возможные частичные продвижения, которые можно если не оценить полностью, то частично. Введение других частичных критериев возможно только с разрешения старшего по классу. Если критериев нет, то априорно предполагается,что задача считается либо решенной, либо нерешенной, но не отменяет того, что дополнительные критерии могут возникнуть в ходе проверки.

8.1. Людмила собирает наклейки с героями мультиков и актеров сериалов. Сначала у нее было поровну наклеек обоих видов, но потом она поменялась с другом несколькими наклейками. В результате этого обмена число наклеек с мультиками уменьшилось на 5%, а число наклеек с сериалами увеличилось на 15%, причём наклеек с сериалами стало на 24 больше, чем с птицами. Сколько наклеек с мультиками осталось у Людмилы?

Решение. Если x- изначальное количество наклеек, то после обмена с другом у неё осталось 0,95x наклеек с мультиками и 1,15x наклеек с сериалами. По условию эта разница между ними составляет 0,2x или 24. отсюда x=120. Тогда у Людмилы осталось 114 наклеек.

Решение 2 (похожее на решение 1). Разница между новыми значениями наклеек - 20%, по условию это 24. Стало быть, У Людмилы осталось 95% с мультиками , или 114 наклеек.

Критерии: Ответ с проверкой - 1 балл. Получено правильное уравнение - 4 балла. Получен ответ 120 - 6 баллов . Баллы не суммируются.

8.2. В одной известной школе одного известного города одной известной страны используется 13-ти бальная система оценивания - от 0 до 12. Четыре ученика - Семён, Марк, Данил и Гриша получили за три урока по три оценки. Эти оценки были попарно разными, но каждый из учеников получил одинаковую суммарную оценку. Известно, что Семён получил десятку, Данил - двойку, Марк - ноль. Какие оценки получил Гриша?

Ответ. 1, 8 и 9.

Решение. Дети получили некоторые оценки от 0 до 12. Сумма баллов от 0 до 12 - 78, но сумма полученных баллов делится на 4, значит какой-то оценки не получилось. Поскольку 10 и 2 точно заняты, единственный способ получить число делящееся на 4 - выкинуть 6. Итак, сумма полученных баллов детьми - 72. , каждый заработал по 18 баллов.

Марк получил ноль, а за остальные 2 оценки набрал суммарно 18. Из этого следует, что он получил 7 и 11. Данил получил 16 за 2 оценки, значит это только 4 и 12. Семён получил 8 баллов, это может быть только 3 и 5, остаются 1, 8 и 9 у Гриши.

Критерии. Верный ответ - 0 баллов. Ответ с проверкой - 1 балл. Указана правильная сумма баллов 72 без дальнейших существенных продвижений - 3 балла.

8.3. На тарелке находятся три яблока. Физик Фёдор решил их взвесить и установил, что в сумме они весят 300 грамм, а каждые два яблока из этих трёх отличаются не более чем вдвое. Узнав сей удивительный факт, математик Семён воскликнул “А хочешь, я найду тебе пару яблок, чей вес между 180 и 225 граммами?” “И как же?” - удивился Фёдор?. Докажите, что у Семёна это получится сделать.

Решение. Фактически предлагается доказать, что найдется пара яблок, чей суммарный вес находится в указанном диапазоне. Пусть $x<y<z$ -веса яблок. Разберём 3 случая.

- y в диапазоне от 75 до 120. тогда $x+z = 300 - b$ подходят по условию.
- $y < 75$. Тогда $x<y<75$ и и $z = 300 - x - y > 150$. Но тогда отношение третьего яблока к первому больше 2. Противоречие с условием
- $y > 120$. Тогда и $z > y > 120$ и $x < 60$. Но тогда отношение даже второго яблока к первому больше двух и снова получаем противоречие с условием.

Решение 2 Пусть $x<y<z$ -веса яблок. Тогда $y \leqslant 2x$, $z \leqslant 2y$. Попробуем получить оценку на средний фрукт. С одной стороны $x+y+z \geqslant x+y+y \geqslant y\backslash 2+y+y = 5/2y$. Значит $y \leqslant 120$, $x+z \geqslant 180$. С другой стороны, $x+y+z \leqslant y+y+z \leqslant 4b$. Стало быть $y \geqslant 75$. И тогда $x+z \leqslant 225$.

Критерии. Частные случаи весов яблок - 0 баллов. В первом решении не разобраны случаи 2 и 3 - минус 1 балл за каждый случай.

8.4. Пусть AC и BD - два перпендикулярных отрезка, при том AC в два раза больше BD и пересекает BD посередине. Известно, что угол CAD равен углу CDB. Найдите угол BAD.

Ответ 150 или 30 градусов

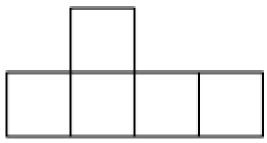
Решение. Пусть углы CAD и CDB - x. Тогда угол ADC = 90 градусов Обозначим точку пересечения AC и BD за M. Тогда DM = AC/4 и DM = высота проведенная из прямого угла.

Проведём медиану DO. Тогда DO = 2 DM и угол DOM = 30 градусов. Поскольку DO = OC, то получим, что угол DCO = 15 градусов, а угол DAC, равный x, равен 75 градусов. Тогда искомый угол в два раза больше, то есть 150.

Заметим, что если поменять точки A и C местами, и применить те же самые рассуждения, то угол DAC станет равным 30 градусам.

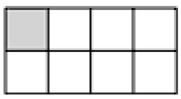
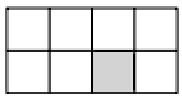
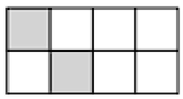
Критерии. рассмотрен один из случаев расположения точек A и C - 5 баллов.

8.5. Тимофей и Стас играют в морской бой на поле 12x12. По измененным правилам им разрешается добавить авианосец следующей формы

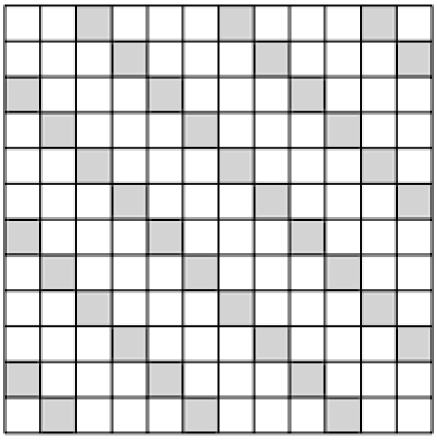


Как и в классических правилах, корабли можно переворачивать и поворачивать в какую угодно сторону. Каково минимальное число выстрелов нужно Стасу, чтобы гарантированно попасть в авианосец Тимофея хотя бы раз?

Решение. Рассмотрим блок 4 * 2. Как видно из первых двух рисунков, выбор ровно одного квадрата не гарантирует попадания, так как все еще есть возможность разместить боевой корабль без попадания. Кроме того, ясно, что выбор любого квадрата в одном ряду и другого квадрата во втором ряду мешает спрятать боевой корабль в этом блоке. Третий рисунок показывает пример этого. Поэтому Стасу необходимо сделать два выстрела в блок 4 * 2, что дает в общей сложности не менее 18 * 2 = 36 выстрелов.

С другой стороны, четырёхцветная раскраска с тремя одинаковыми цветами поля 12 x 12 показывает, что 36 выстрелов Стасу точно хватит



Критерии. Только пример или только оценка - 3 балла